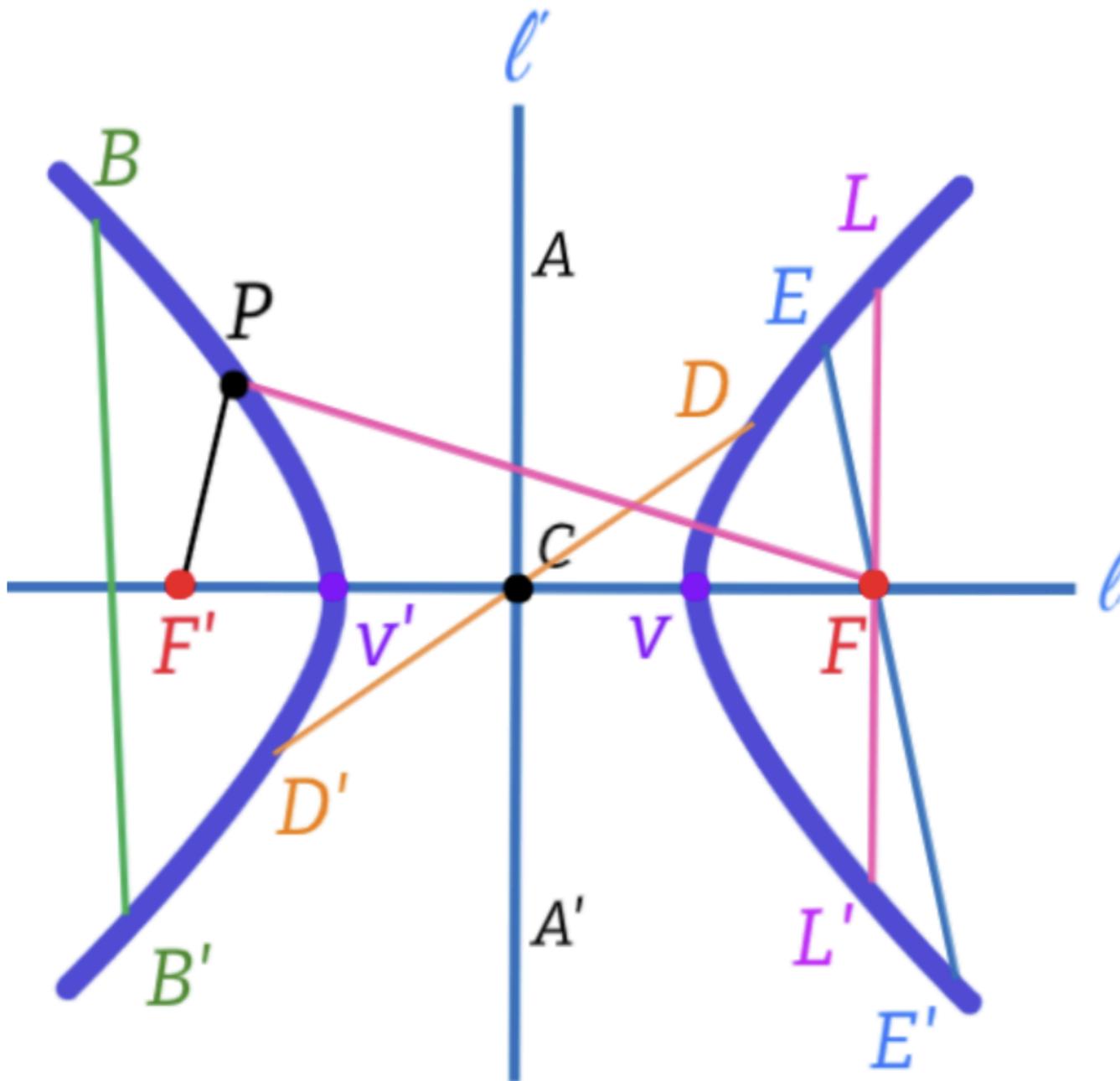




HIPÉRBOLA



Donde:

F y F' = Focos.

ℓ = eje focal.

V y V' = vértices.

VV' = eje transverso.

C = centro.

ℓ' = eje de normal.

AA' = eje conjugado

BB' = cuerda.

EE' = cuerda focal.

LL' = lado recto.

DD' = diámetro.

FP = radio vector.





HIPÉRBOLA

PRIMERA ECUACIÓN ORDINARIA DE LA HIPÉRBOLA

TEOREMA. Ecuación de una hipérbola con centro en el origen y eje focal sobre el eje "x":

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Focos en $F(c,0)$ y $F'(-c,0)$. Vértices (extremos del lado transverso) en $V(a,0)$ y $V'(-a,0)$. Extremos del eje conjugado son $A(0,b)$ y $A'(0,-b)$.

Ecuación de una hipérbola con centro en el origen y eje focal sobre el eje "y":

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Focos en $F(0,c)$ y $F'(0,-c)$. Vértices (extremos del eje transverso) en $V(0,a)$ y $V'(0,-a)$. Extremos del eje conjugado son $A(b,0)$ y $A'(-b,0)$.

Donde:

- "a" es la longitud del semieje transverso.
- "b" es la longitud del semieje conjugado.
- "c" es una constante positiva que representa la distancia del centro al foco.
- Relación entre a, b y c: $c^2 = a^2 + b^2$
- Distancia focal igual a $2c$ y cantidad constante igual a $2a$.
- Longitud del lado recto: $|\overline{LL'}| = \frac{2b^2}{a}$
- Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

Las ecuaciones de las asíntotas son:

$$bx - ay = 0$$

$$bx + ay = 0$$





HIPÉRBOLA

SEGUNDA ECUACIÓN ORDINARIA DE LA HIPÉRBOLA

TEOREMA. Ecuación de una hipérbola con centro en $C(h,k)$ y eje paralelo al eje x :

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Focos en $F(h+c,k)$ y $F'(h-c,k)$. Vértices (extremos del eje transversal) en $V(h+a,k)$ y $V'(h-a,k)$. Extremos del eje conjugado son $A(h,k+b)$ y $A'(h,k-b)$.

Ecuación de una hipérbola con centro en $C(h,k)$ y eje paralelo al eje y :

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

Focos en $F(h,k+c)$ y $F'(h,k-c)$. Vértices (extremos del eje transversal) en $V(h,k+a)$ y $V'(h,k-a)$. Extremos del eje conjugado son $A(h+b,k)$ y $A'(h-b,k)$.

Donde:

- “ a ” es la longitud del semieje transversal.
- “ b ” es la longitud del semieje conjugado.
- “ c ” es una constante positiva que representa la distancia del centro al foco.
- Relación entre a , b y c : $c^2 = a^2 + b^2$
- Distancia focal igual a $2c$ y cantidad constante igual a $2a$.
- Longitud del lado recto: $|\overline{LL'}| = \frac{2b^2}{a}$
- Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

Ecuaciones de las asíntotas:

$$y - k = \pm \frac{b}{a} (x - h)$$





HIPÉRBOLA

EJEMPLO: Los vértices de una hipérbola son los puntos $(-1,3)$ y $(3,3)$; su excentricidad es de $3/2$.

SOLUCIÓN: 1) Vértices $V(-1,3)$ y $V'(3,3)$; $V(h+a,k)$ y $V'(h-a,k)$ entonces $k=3$.

2) Centro:

$$P_m(x, y) = P_m\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$P_m(x, y) = P_m\left(\frac{-1 + 3}{2}, \frac{3 + 3}{2}\right)$$

$$= P_m(1, 3) = C(h, k)$$

3) Excentricidad:

$$e = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{c}{a}$$

$$c=3, a=2$$

4) Relación entre a, b y c:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(3)^2 = (2)^2 + b^2$$

$$(3)^2 - (2)^2 = b^2$$

$$b^2 = 9 - 4$$

$$b^2 = 5$$

$$b = \sqrt{5}$$

5) Extremos del eje conjugado:

$$A(h + b, k) \wedge A'(h - b, k) = A(1 + \sqrt{5}, 3) \wedge A'(1 - \sqrt{5}, 3)$$

6) Focos $F(h+c,k)$ y $F'(h-c,k)$; $F(1+3,3)$ y $F'(1-3,3)$; $F(4,3)$ y $F'(-2,3)$.

7) Lado recto:

$$|\overline{LL'}| = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(\sqrt{5})^2}{2} = 5$$

8) Ecuación de la hipérbola con centro en $C(h,k)=C(1,3)$ y eje paralelo al eje x:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(x - 1)^2}{(2)^2} - \frac{(y - 3)^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

$$\frac{(x - 1)^2}{4} - \frac{(y - 3)^2}{5} = 1$$

9) Ecuaciones de las asíntotas: $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$

$$y - 3 = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}(x - 1)$$

$$y = 3 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}(x - 1)$$

