OPERACIONES CON RADICALES

TEXAN GLOBAL SCHOOL
Global Online Learning

Raíz n-ésima

La raíz n-ésima de un número real se denota como:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}}$$

Donde:
n=índice u orden del radical
a=radicando

Raíz Perfecta

Es aquella en el que el valor de un radical es un número racional.
Ejemplos:

- $\sqrt{4} = 2$
- $\sqrt[3]{27} = 3$
- $\sqrt{3^8} = 3^{\frac{8}{2}} = 3^4 = 81$
- $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2^{\frac{5}{5}} = 2$

Una raíz que no es perfecta es aquella en el que el valor de un radical es un número irracional.
Ejemplo:

$$\sqrt{2},\ \sqrt[3]{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt[5]{11},$$
$$\sqrt[4]{5},\ 1+\sqrt[3]{3},\ 2-\sqrt[3]{9}$$

La **forma estándar de los radicales** es aquella que cumple con:

- Radicando positivo.
- Índice del radical reducido a su mínima expresión.
- El exponente de cada factor del radicando es un número natural menor que el índice del radical.
- No hay fracciones en el radicando.
- No hay radicales en el denominador de ninguna fracción.

DEFINICIÓN: Dos o más **radicales son semejantes** si tienen el mismo índice y el mismo radicando. Esto implica que pueden sumarse o restarse para poderse simplificar.

EJEMPLO: Obtenga la forma estándar de los siguientes radicales:

- $\sqrt{20} = \sqrt{(4)(5)} = \sqrt{4}\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
- $\sqrt{63} = \sqrt{(9)(7)} = \sqrt{9}\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

EJEMPLO: Simplificar la siguiente expresión:

$$\sqrt{45} - \sqrt{32} + \sqrt{20} - \sqrt{50} =$$

SOLUCIÓN: 1) Transformar cada término a su forma estándar:

$$= \sqrt{(9)(5)} - \sqrt{(16)(2)} + \sqrt{(4)(5)} - \sqrt{(25)(2)} =$$
$$= \sqrt{9}\sqrt{5} - \sqrt{16}\sqrt{2} + \sqrt{4}\sqrt{5} - \sqrt{25}\sqrt{2} =$$
$$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} =$$

2) Identificando y agrupando radicales semejantes:

$$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} =$$
$$= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$$

3) Aplicando Ley Distributiva:

$$= \sqrt{5}(3+2) + \sqrt{2}(-4-5) =$$

4) Simplificando:

$$= \sqrt{5}(5) + \sqrt{2}(-9) =$$
$$= 5\sqrt{5} - 9\sqrt{2} =$$
$$= -9\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$$

YouTube TikTok

OPERACIONES CON RADICALES

TEXAN GLOBAL SCHOOL
Global Online Learning

EJEMPLO: Efectuar la siguiente operación:

$$\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{6}+\sqrt{33}\right)=$$

SOLUCIÓN: 1) Aplicando ley distributiva de la multiplicación:

$$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{33}=$$

2) Simplificando cada término:

$$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{(3)(5)}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{(2)(3)}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{(3)(11)}=$$

$$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}=$$

$$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}=$$

$$=\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{9}\cdot\sqrt{11}=$$

$$=3\sqrt{5}-3\sqrt{2}+3\sqrt{11}=$$

$$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{5}+3\sqrt{11}$$

EJEMPLO: Transforme a radicales simples:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=$$

S=4+3 P=(4)(3)

$$\sqrt{S\pm 2\sqrt{P}}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}$$

$S \to x+y$ $\quad$ $P \to xy$

$$=\sqrt{(4+3)+2\sqrt{4\cdot 3}}=$$

$$=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}=$$

$$=\underline{2+\sqrt{3}}$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN ENTRE RADICALES

La multiplicación o división entre radicales con un solo término se efectua usando las leyes de los exponentes y radicales:

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\ \text{si } b\neq 0$$

Se utiliza las leyes de los exponentes, leyes de los radicales y la ley distributiva de la multiplicación para efectuar una multiplicación o división entre una expresión de un término con otra de dos o más términos. Esto es:

$\forall a,b\wedge c\in R;$

$$a(b+c)=ab+ac\quad;\quad(b+c)a=ba+ca$$

$$\forall a,b\wedge c\in R;\ a\neq 0;\quad \frac{1}{a}(b+c)=\frac{b+c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$$

TikTok YouTube