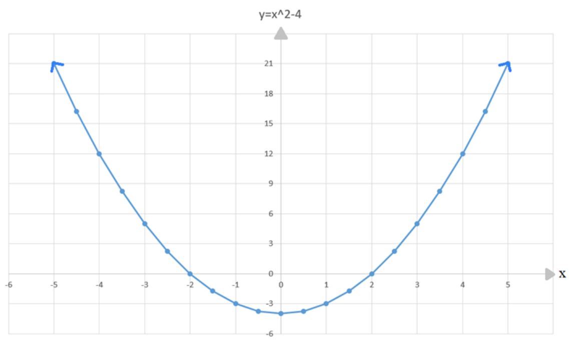
ECUACIONES CUADRÁTICAS

ECUACIÓN CUADRÁTICA: Una ecuación polinomial de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ y "x" es la variable, se le llama ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática en la variable x. Su representación gráfica es una **parábola**, y es conocida como la forma estándar de una ecuación cuadrática donde:



$a = \textit{coeficiente numérico del término cuadrático}$

$b = \textit{coeficiente numérico del término lineal}$

$c = \textit{término independiente}$

Los valores que satisfacen la ecuación son las **raíces de la ecuación.**

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática puede tener hasta dos soluciones. Existen tres formas generales para resolver una ecuación cuadrática:

1) Solución por Factorización
2) Solución completando el trinomio cuadrado perfecto
3) Solución por fórmula general

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA POR FACTORIZACIÓN

El proceso para resolver una ecuación cuadrática por factorización es el siguiente:

1) Igualar la ecuación con cero.
2) Factorizar el polinomio del miembro.
3) Igualar cada factor con cero.
4) Despejar la variable.

EJEMPLO: Resolver por factorización y comprobar cada resultado:

$$x^2 - 4 = 0$$

SOLUCIÓN: 1) Factorizar:

$$x^2 \quad - \quad 4 \quad = \quad 0$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\sqrt{x^2} = x \qquad \sqrt{4} = 2$$

$$(x + 2)(x - 2) = 0$$

2) Igualar cada factor con cero y despejar:

$$x + 2 = 0$$
$$x + 2 - 2 = 0 - 2$$
$$x = -2$$
$$\boxed{x_1 = -2}$$

$$x - 2 = 0$$
$$x - 2 + 2 = 0 + 2$$
$$x = 2$$
$$\boxed{x_2 = 2}$$

COMPROBACIÓN: Simplemente se sustituye cada valor, de forma independiente en la ecuación para comprobar la igualdad.

ECUACIONES CUADRÁTICAS

TEXAN GLOBAL SCHOOL
Global Online Learning

COMPLETANDO TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

El proceso para resolver una ecuación cuadrática **completando trinomio cuadrado perfecto** es el siguiente:

1) Igualar la ecuación con cero.
2) En caso de que el coeficiente numérico del término cuadrático sea diferente de 1, multiplicar ambos miembros de la ecuación por su inverso multiplicativo para hacerlo 1.
3) Enviar el término independiente al miembro derecho de la ecuación.
4) Multiplicar el coeficiente numérico del término lineal "b" por un medio y el resultado elevarlo al cuadrado.

$$\left[b\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$$

5) El valor obtenido debe sumarse en ambos lados de la ecuación.
6) De esta forma se obtiene un trinomio cuadrado perfecto:

$$\underbrace{a^2 \pm 2ab + b^2}_{\text{Trinomio Cuadrado Perfecto}} = \underbrace{(a \pm b)^2}_{\text{Binomio al Cuadrado}}$$

7) Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto como binomio al cuadrado:

$$a^2 \quad \pm 2ab + \quad b^2 = (a \pm b)^2$$
$$\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{b^2} = b$$

8) Se despeja la variable "x" aplicando raíz cuadrada en ambos miembros de la ecuación.

EJEMPLO: Resolver la siguiente ecuación completando trinomio cuadrado perfecto:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

SOLUCIÓN: 1) Coeficiente numérico del término cuadrático 1 .

2) Enviar el término independiente al lado derecho de la ecuación:

$$x^2 + 2x = 3$$

3) Multiplicar el coeficiente numérico del término lineal por un medio y el resultado elevarlo al cuadrado:

$$\left[+2\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left[\frac{2}{2}\right]^2 = [1]^2 = 1$$

4) El valor obtenido debe sumarse en ambos lados de la ecuación:

$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$$
$$x^2 + 2x + 1 = 4$$
$$\underbrace{x^2 + 2x + 1}_{\text{Trinomio cuadrado perfecto}} = 4$$

5) Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto como binomio al cuadrado.

$$x^2 \quad +2x + \quad 1 \quad = 4$$
$$\sqrt{x^2} = x \qquad \sqrt{1} = 1$$
$$\underbrace{(x+1)^2}_{\text{Binomio al Cuadrado}} = 4$$

6) Despejar "x"

$$(x+1)^2 = 4$$
$$\sqrt{(x+1)^2} = \pm\sqrt{4}$$
$$x + 1 = \pm 2$$

$$x_1 + 1 = +2$$
$$x_1 + 1 - 1 = +2 - 1$$
$$x_1 = +2 - 1$$
$$\boxed{x_1 = 1}$$

$$x_2 + 1 = -2$$
$$x_2 + 1 - 1 = -2 - 1$$
$$x_2 = -2 - 1$$
$$\boxed{x_2 = -3}$$

ECUACIONES CUADRÁTICAS

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA POR FÓRMULA GENERAL

Proceso:

1) Igualar la ecuación con cero.
2) Identificar los valores de a, b, c:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a=coeficiente numérico del término cuadrático
b=coeficiente numérico del término lineal
c=término independiente

3) Sustituir los valores en la fórmula general.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4) Simplificar para obtener las raíces de la ecuación.

FÓRMULA GENERAL

EJEMPLO: Resolver por fórmula general:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

SOLUCIÓN: 1) Identificar los valores de a, b, c :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$1x^2 \quad +2x \quad -3 \quad = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = -3$$

2) Sustituir los valores en la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

3) Simplificar:

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{-6}{2} \Rightarrow \boxed{x_2 = -3}$$