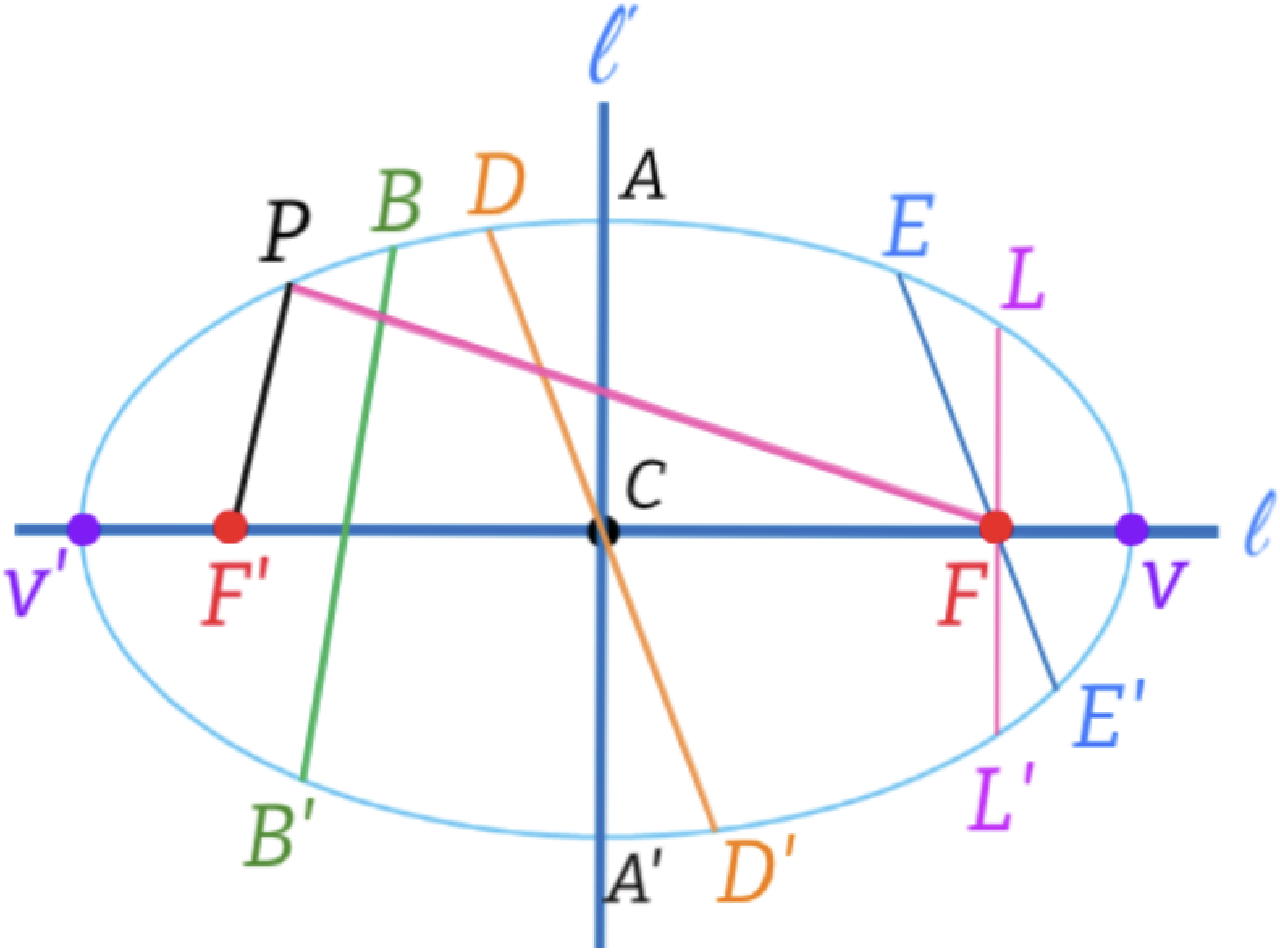
ELIPSE



Donde:
F y F' = Focos.
l = eje focal.
V y V' = vértices.
VV' = eje mayor.
C = centro.
l' = eje de normal.
AA' = eje menor.
BB' = cuerda.
EE' = cuerda focal.
LL' = lado recto.
DD' = diámetro.
FP = radio vector.

ELIPSE

PRIMERA ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

TEOREMA. Ecuación de una elipse con centro en el origen y eje focal sobre el eje "x":

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Focos en F(c,0) y F'(-c,0). Vértices (extremos del lado mayor) en V(a,0) y V'(-a,0). Extremos del eje menor son A(0,b) y A'(0,-b).

Ecuación de una elipse con centro en el origen y eje focal sobre el eje "y":

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Focos en F(0,c) y F'(0,-c). Vértices (extremos del lado mayor) en V(0,a) y V'(0,-a). Extremos del eje menor son A(b,0) y A'(-b,0).

Donde:

- "a" es la longitud del semieje mayor.
- "b" es la longitud del semieje menor.
- "c" es una constante positiva que representa la distancia del centro al foco.
- Relación entre a, b y c: $c^2 = a^2 - b^2$
- Distancia focal igual a 2c y cantidad constante igual a 2a.
- Longitud del lado recto: $|\overline{LL'}| = \frac{2b^2}{a}$
- Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

ELIPSE

SEGUNDA ECUACIÓN ORDINARIA DE LA ELIPSE

TEOREMA. Ecuación de una elipse con centro en C(h,k) y eje paralelo al eje x:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

Focos en F(h+c,k) y F'(h-c,k). Vértices (extremos del lado mayor) en V(h+a,k) y V'(h-a,k). Extremos del eje menor son A(h,k+b) y A'(h,k-b).

Ecuación de una una elipse con centro en C(h,k) y eje paralelo al eje y:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

Focos en F(h,k+c) y F'(h,k-c). Vértices (extremos del lado mayor) en V(h,k+a) y V'(h,k-a). Extremos del eje menor son A(h+b,k) y A'(h-b,k).

Donde:

- "a" es la longitud del semieje mayor.
- "b" es la longitud del semieje menor.
- "c" es una constante positiva que representa la distancia del centro al foco.
- Relación entre a, b y c: $c^2=a^2-b^2$
- Distancia focal igual a 2c y cantidad constante igual a 2a.
- Longitud del lado recto: $|\overline{LL'}|=\frac{2b^2}{a}$
- Excentricidad:

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$

ELIPSE

KNOWLEDGE FOR THE WORLD

TEXAN GLOBAL SCHOOL

Global Online Learning

EJEMPLO: Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos son los puntos (2,0) y (-2,0). Su excentricidad es de 2/3.

SOLUCIÓN: 1) Focos dados F(2,0) y F'(-2,0), sobre el eje "x".

Como los focos están en F(c,0) y F'(-c,0), entonces c=2.

2) Punto medio es el origen.

$$P_m(x,y) = P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$P_m(x,y) = P_m\left(\frac{2-2}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = P_m(0,0)$$

3) Excentricidad: $e = \frac{2}{3} = \frac{c}{a}$

➡ c=2 ; a=3

4) Vértices (extremos del lado mayor) V(a,0) y V'(-a,0) => V(3,0) y V'(-3,0).

5) Como a=3, c=2; obtenemos "b":

$$c^2 = a^2 - b^2$$
$$(2)^2 = (3)^2 - b^2$$
$$4 = 9 - b^2$$
$$b^2 = 9 - 4$$
$$b^2 = 5$$
$$b = \sqrt{5}$$

6) Extremos del eje menor A(0,b) y A'(0,-b); entonces:

$$A(0,\sqrt{5}) \wedge A'(0,-\sqrt{5})$$

7) Como a=3 y b= $\sqrt{5}$, la ecuación de una elipse con centro en el origen y eje focal sobre el eje "x" es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{(3)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$ ✓

8) Longitud del lado recto:

$$|\overline{LL'}| = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(\sqrt{5})^2}{3} =$$

$$|\overline{LL'}| = \frac{2(5)}{3} = \frac{10}{3}$$

Graficando: